

Решения задач и критерии оценивания отборочного этапа Аэрокосмической олимпиады МФТИ 2020-2021

Задача №1 (НЛО)

Координаты МКС в ЕСІ (-728372 м, -596228 м, -3175290 м)

Получен ответ, отстоящий от правильного положения:

Ближе, чем 10 км - 1.5 балла

Ближе, чем 550 км - 1.2 балла

Ближе, чем 3600 км - 0.7 балла

Ближе, чем 10 000 км - 0.3 балла

Далее 0 баллов.

Направляющий вектор обзора: -0.915, 0.291, -0.278

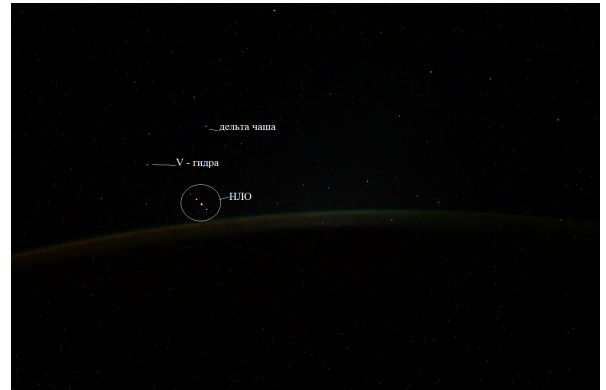
Получен вектор, имеющий угол между собой и правильным направляющим вектором:

Менее, чем 25 градусов - 1.5 балла

Менее, чем 58 градусов - 1 балл

Менее, чем 90 градусов - 0.5 балла

Более - 0 Баллов.



Если присмотреться, то во время полета НЛО можно обнаружить созвездия Гидра и Чаша. По звездам, входящим в них, можно определить направление обзора в системе ЕСІ.

Также, на данном сайте можно узнать, какие космические аппараты можно было увидеть в данный момент времени. Известно, что снимок был сделан с правого борта.

Задача №2 (Число Маха)

$$\sin\theta = \frac{1}{M}$$

$$M = \frac{\sqrt{h^2 + l^2}}{h} \approx 1.7$$

1 балл - Правильно определен угол θ и верно вычислено число Маха. Движение Васи могло не учитываться.

0 баллов - Угол θ определен неверно или неправильно записана формула для вычисления числа Маха.

Задача №3 (Раскрученный старт)

1) Максимальные перегрузки будут в момент достижения максимальной скорости, т.е. перед самым отрывом. Для движения в центрифуге по окружности верно:

$$V_{max} = \sqrt{aR} = \sqrt{10^4 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 50 \text{ м}} \approx 2.2 \text{ км/с}$$

Для достижения орбиты высотой h минимально необходима начальная скорость у Земли V_0 :

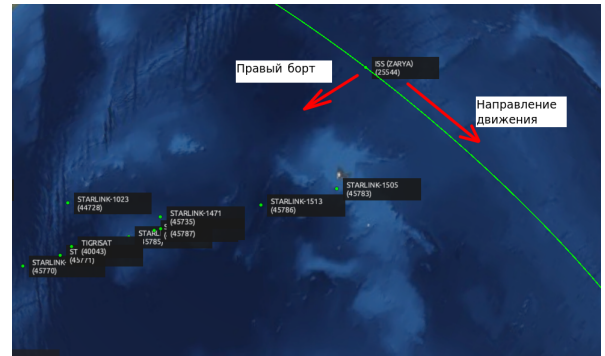
$$V_0 = V_1 \sqrt{\frac{R_3 + 2h}{R_3 + h}} \approx 7.9 \text{ км/с} \sqrt{\frac{6370 + 400}{6370 + 200}} \approx 8.0 \text{ км/с}$$

Получается, что $V_0 > V_{max}$ - 1 балл

2) Для одноступенчатой ракеты:

$$M_0 = m_{пр} \left((\eta + 1) \frac{e^{\frac{V_0 - V_{max}}{v}} - 1}{1 + \eta(1 - e^{\frac{V_0 - V_{max}}{v}})} + 1 \right) = 100 \text{ кг} \left(1.2 \cdot \frac{e^{\frac{8.0 - 2.2}{3}} - 1}{1 + 0.2(1 - e^{\frac{8.0 - 2.2}{3}})} + 1 \right) \approx 3 \text{ т}$$

Получается, одноступенчатой ракеты будет недостаточно. Для двухступенчатой ракеты с характерной скоростью ступеней, равной половине необходимой:



$$M_2 = m_{\text{пр}} \left((\eta + 1) \frac{e^{\frac{V_0 - V_{\text{max}}}{2U}} - 1}{1 + \eta(1 - e^{\frac{V_0 - V_{\text{max}}}{2U}})} + 1 \right) = 100 \text{ кг} \left(1.2 \cdot \frac{e^{\frac{8.0 - 2.2}{2 \cdot 3}} - 1}{1 + 0.2(1 - e^{\frac{8.0 - 2.2}{2 \cdot 3}})} + 1 \right) \approx 0.4 \text{ т} - 0.5 \text{ балла}$$

$$M_0 = M_2 \left((\eta + 1) \frac{e^{\frac{V_0 - V_{\text{max}}}{2U}} - 1}{1 + \eta(1 - e^{\frac{V_0 - V_{\text{max}}}{2U}})} + 1 \right) = 400 \text{ кг} \left(1.2 \cdot \frac{e^{\frac{8.0 - 2.2}{2 \cdot 3}} - 1}{1 + 0.2(1 - e^{\frac{8.0 - 2.2}{2 \cdot 3}})} + 1 \right) \approx 1.6 \text{ т} - 0.5 \text{ балла}$$

3) Ссылка на код авторского решения

Около 3 ГДж уйдёт в нагрев оболочки ракеты - 0.5 балла.

Около 0.6 начальной скорости придётся потерять - 0.5 балла.

Задача №4 (Снижение самолета)

$$V_1 = \sqrt{\left(\frac{P_0 + kH_0}{T_0 - \gamma H_0} \right) \left(\frac{T_0 - \gamma H_1}{P_0 + kH_1} \right) V_0^2 - \frac{R_{\text{gas}}(T_0 - \gamma H_1)}{\mu(P_0 + kH_1)} \cdot \frac{Rg\tau}{D\alpha}}$$

$$\alpha_1 = \left(\frac{P_0 + kH_0}{T_0 - \gamma H_0} \right) \left(\frac{T_0 - \gamma H_1}{P_0 + kH_1} \right) \alpha - \frac{R_{\text{gas}}(T_0 - \gamma H_1)}{\mu(P_0 + kH_1)} \cdot \frac{Rg\tau}{V_0^2 D}$$

4 балла - Правильно записан второй закон Ньютона, правильно найдена зависимость плотности воздуха от высоты, в ответе не используются параметры полёта из первой точки, расход топлива учтён. Масса самолёта может быть в ответе.

3 балла - Правильно записан второй закон Ньютона, правильно найдена зависимость плотности воздуха от высоты, в ответе не используются параметры полёта из первой точки, расход топлива не учтен.

2 балла - Правильно записан второй закон Ньютона, есть незначительная арифметическая ошибка, не влияющая на размерность и неверно получен один из ответов. Не учтён расход топлива, но при этом ход решения верный. В зависимости давление от высоты P_0 или T_0 используются в качестве значений на высоте H_0 .

1 балл - Неправильно записана циркуляция, отдельные элементы решения верны.

0 баллов - не получена зависимость плотность воздуха от высоты полета, в ответе присутствуют угол атаки или скорость самолета в точке 1 или имеется ошибка, влияющая на размерность.

Задача №5 (Страшный сон)

ЗСИ, где $a = \frac{dv}{dt}$, v - скорость истечения струи, ρ - её плотность в сопле:

$$mdv = \rho S v dt v$$

$$ma = \rho S v^2$$

Закон Бернулли для сжимаемой жидкости, где ρ_0 - её плотность внутри баллона:

$$\frac{p}{\rho_0} \frac{\gamma}{\gamma - 1} = \frac{v^2}{2}$$

Откуда:

$$a = \frac{2pS}{m} \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\gamma}{\gamma - 1}$$

Ссылка на код авторского решения

0.3 секунды останется у Вани в запасе - 3 балла

Задача №6 (Наведение ракеты)

Боковая перегрузка ракеты находится, как $n = \frac{a}{g}$, где $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ - мгновенное ускорение, а шаг по времени Δt стремится к нулю. По условию скорость ракеты $v = 2M$ не меняется по модулю, а по направлению она всегда ориентирована на цель, которая движется со скоростью $v = M$ - 1 балл.

Лучше всего нарисовать рисунок, в котором надо выделить треугольник расстояний (сдвиг мишени $v\Delta t$, два расстояния от ракеты до мишени в моменты времени t и $t + \Delta t$ и треугольник скоростей (изменение скорости ракеты Δv и две скорости ракеты v в моменты времени t и $t + \Delta t$ - 1 балл.

К рисунку необходимо сделать пояснения. Шаг по времени всегда можно выбрать настолько малым, чтобы пренебречь изменением расстояния L от ракеты до мишени за этот шаг. Под величиной L надо понимать радиус

поражения мишени осколками БЧ. По условию задача решается в момент времени, когда скорости ракеты и мишени перпендикулярны. Тогда треугольники равнобедренны (углы при основании стремятся к 90°) и подобны - 1 балл.

Составляем пропорцию $\frac{v\Delta t}{L} = \frac{\Delta v}{v}$, откуда находим модуль мгновенного ускорения $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{vv}{L}$ - 0.5 баллов. Тогда $n = \frac{vv}{Lg}$ - 0.5 баллов.

Дополнительно: Полезно указать мгновенную угловую скорость разворота ракеты в данный момент $\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{v\Delta t}{L\Delta t} = \frac{v}{L}$, а также мгновенный радиус кривизны траектории ракеты в данный момент $R = \frac{a}{\omega^2} = \frac{Lv}{v} = 2L$ - бонусные 0.5 балла за каждую из этих формул, компенсирующие недочеты основного решения.